

# Zadania do cz. III

Autor: Grzegorz Góralski

---

[ggoralski.com](http://ggoralski.com)

# Zadanie 1

Początkowa frekwencja ( $q$ ) recesywnego, letalnego allelu  $a$  wynosi 0,8.

## Oblicz:

- ▶  $q$  w następnym pokoleniu
- ▶  $q$  po 5 pokoleniach
- ▶ po ilu pokoleniach (w przybliżeniu)  $q$  osiągnie wartość 0,1

# Zadanie 1

Początkowa frekwencja ( $q$ ) recesywnego, letalnego allelu  $a$  wynosi 0,8. Oblicz:

**Oblicz:**

►  $q$  w następnym pokoleniu

$$q_1 = \frac{q_0}{1 + q_0}$$

$$q_1 = 0,8 / (1 + 0,8) = 0,8 / 1,8 = 0,44... \approx 0,45$$

**Odpowiedź:**

Frekwencja allelu  $a$  ( $q$ ) w następnym pokoleniu wyniesie ok. 0,45

# Zadanie 1

Początkowa frekwencja ( $q$ ) recesywnego, letalnego allelu  $a$  wynosi 0,8. Oblicz:

**Oblicz:**

►  $q$  po 5 pokoleniach

$$q_n = \frac{q_0}{1 + nq_0}$$

$$q_5 = 0,8 / (1 + 5 \cdot 0,8) = 0,8 / (1 + 4) = 0,16$$

**Odpowiedź:**

Frekwencja allelu  $a$  ( $q$ ) po 5 pokoleniach wyniesie 0,16

# Zadanie 1

Początkowa frekwencja ( $q$ ) recesywnego, letalnego allelu  $a$  wynosi 0,8. Oblicz:

**Oblicz:**

► po ilu pokoleniach (w przybliżeniu)  $q$  osiągnie wartość 0,1

$$n = \frac{1}{q_n} - \frac{1}{q_0}$$

$$n = 1/0,1 - 1/0,8 = 10 - 1,25 = 8,75$$

**Odpowiedź:**

Frekwencja allelu  $a$  ( $q$ ) wyniesie 0,1 po ok. 9 pokoleniach.

# Zadanie 2

Dla badanej populacji, w której frekwencja allelu  $a$  ( $q$ ) = 0,5, wartości doboru dla poszczególnych genotypów wynoszą:

$$w_{AA} = 1, w_{Aa} = 0,5, w_{aa} = 0$$

## Oblicz:

- ▶ średnie dostosowanie populacji
- ▶ zmianę frekwencji allelu  $a$  w ciągu 1 pokolenia
- ▶ frekwencję allelu  $a$  w następnym pokoleniu

# Zadanie 2

Dla badanej populacji, w której frekwencja allelu  $a$  ( $q$ ) = 0,5, wartości doboru dla poszczególnych genotypów wynoszą:

$$w_{AA} = 1, w_{Aa} = 0,5, w_{aa} = 0$$

**Oblicz:**

► średnie dostosowanie populacji

$$p = 1 - q$$

$$w_s = p^2 w_{AA} + 2pq w_{Aa} + q^2 w_{aa}$$

$$p = 1 - 0,5 = 0,5$$

$$\begin{aligned} w_s &= 0,5^2 \cdot 1 + 2 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 + 0,5^2 \cdot 0 = \\ &= 0,25 + 0,25 = 0,5 \end{aligned}$$

**Odpowiedź:**

Średnie dostosowanie w populacji ( $w_s$ ) wynosi 0,5

# Zadanie 2

Dla badanej populacji, w której frekwencja allelu  $a$  ( $q$ ) = 0,5, wartości doboru dla poszczególnych genotypów wynoszą:

$$w_{AA} = 1, w_{Aa} = 0,5, w_{aa} = 0$$

**Oblicz:**

► zmianę frekwencji allelu  $a$  w ciągu 1 pokolenia

$$\Delta q = \frac{pq}{w_s} [q(w_{aa} - w_{Aa}) - p(w_{AA} - w_{Aa})]$$

*to obliczyliśmy przed chwilą!*

$$\begin{aligned} \Delta q &= (0,5 \cdot 0,5 / 0,5) \cdot [0,5 \cdot (0 - 0,5) - 0,5 \cdot (1 - 0,5)] = \\ &= 0,5 \cdot [-0,25 - 0,25] = 0,5 \cdot -0,5 = -0,25 \end{aligned}$$

**Odpowiedź:**

Zmiana frekwencji allelu  $a$  ( $q$ ) w ciągu 1 pokolenia wyniesie  $-0,25$ , czyli frekwencja **zmaleje** o  $0,25$ .



# Zadanie 2

Dla badanej populacji, w której frekwencja allelu  $a$  ( $q$ ) = 0,5, wartości doboru dla poszczególnych genotypów wynoszą:

$$w_{AA} = 1, w_{Aa} = 0,5, w_{aa} = 0$$

**Oblicz:**

► frekwencję allelu  $a$  w następnym pokoleniu

$$q_1 = q_0 + \Delta q$$

to obliczyliśmy przed chwilą!

$$q_1 = q_0 + \Delta q = 0,5 - 0,25 = 0,25$$

**Odpowiedź:**

Frekwencja allelu  $a$  ( $q$ ) w następnym pokoleniu wyniesie 0,25

# Zadanie 2

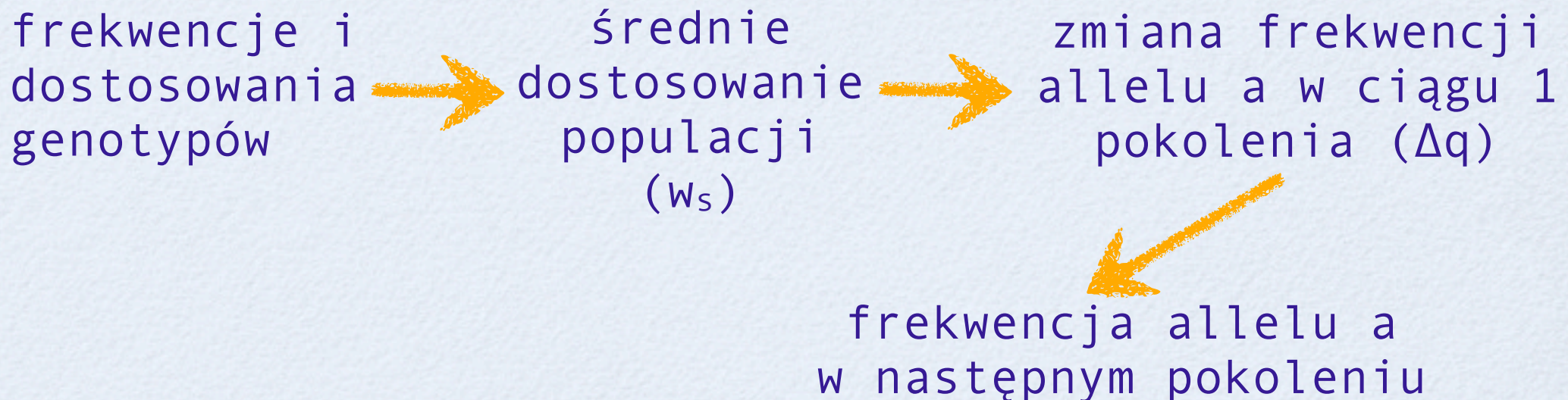
Dla badanej populacji, w której frekwencja allelu  $a$  ( $q$ ) = 0,5, wartości doboru dla poszczególnych genotypów wynoszą:

$$w_{AA} = 1, w_{Aa} = 0,5, w_{aa} = 0$$

## Oblicz:

- ▶ średnie dostosowanie populacji
- ▶ zmianę frekwencji allelu  $a$  w ciągu 1 pokolenia
- ▶ frekwencję allelu  $a$  w następnym pokoleniu

## PODSUMOWANIE



# Zadanie 3

Dla badanej populacji, wartości dostosowania wynoszą:

$$w_{AA} = 0,8 ; w_{Aa} = 1 ; w_{aa} = 0$$

**Oblicz:**

► frekwencje allelu  $a$  w której nie następują dalsze zmiany

$$q_e = \frac{s_{Aa} - s_{AA}}{2s_{Aa} - s_{AA} - s_{aa}}$$

Można też wyprowadzić wzór na  $q_e$  obliczaną z  $w$  zamiast  $s$

$$s = 1 - w$$

$$s_{AA} = 1 - 0,8 = 0,2 ; s_{Aa} = 1 - 1 = 0 ; s_{aa} = 1 - 0 = 1$$

$$q_e = (0 - 0,2) / (2 \cdot 0 - 0,2 - 1) = -0,2 / -1,2 = 1,66... \approx 0,167$$

**Odpowiedź:**

Równowagowa frekwencja allelu  $a$  ( $q_e$ ), czyli taka, która już się nie zmienia wynosi ok. 0,167

# Zadanie 4

Przyjmijmy, że: początkowa frekwencja allelu  $a$  ( $q_0$ ) = 0,5, częstość mutacji  $A \rightarrow a$  ( $u$ ) = 0,001, częstość mutacji  $a \rightarrow A$  ( $v$ ) = 0,0001.

## Oblicz:

- ▶ frekwencję allelu  $a$  w następnym pokoleniu (ignorujemy mutacje  $a \rightarrow A$ )
- ▶ jak zmieni się frekwencja allelu  $A$  w ciągu jednego pokolenia (ignorujemy mutacje  $a \rightarrow A$ )
- ▶ równowagową frekwencję allelu  $A$

# Zadanie 4

Przyjmijmy, że: początkowa frekwencja allelu  $a$  ( $q_0$ ) = 0,5, częstość mutacji  $A \rightarrow a$  ( $u$ ) = 0,001, częstość mutacji  $a \rightarrow A$  ( $v$ ) = 0,0001.

**Oblicz:**

- ▶ frekwencję allelu  $a$  w następnym pokoleniu (ignorujemy mutacje  $a \rightarrow A$ )  $\Delta q$

$$q_1 = q_0 + p_0 u \quad p = 1 - q$$

$$q_1 = 0,5 + 0,5 \cdot 0,001 = 0,5 + 0,0005 = 0,5005$$

**Odpowiedź:** Frekwencja allelu  $a$  w następnym pokoleniu ( $q_1$ ) = 0,5005

- ▶ jak zmieni się frekwencja allelu  $A$  w ciągu jednego pokolenia (ignorujemy mutacje  $a \rightarrow A$ )

$$\Delta p = -\Delta q$$

$$\Delta p = -\Delta q = -0,0005$$

**Odpowiedź:** Frekwencja allelu  $A$  **zmniejszy** się w ciągu pokolenia o 0,0005

# Zadanie 4

Przyjmijmy, że: początkowa frekwencja allelu  $a$  ( $q_0$ ) = 0,5, częstość mutacji  $A \rightarrow a$  ( $u$ ) = 0,001, częstość mutacji  $a \rightarrow A$  ( $v$ ) = 0,0001.

**Oblicz:**

► równowagową frekwencję allelu  $A$

$$q_e = \frac{u}{u + v}$$

$$q_e = 0,001 / (0,001 + 0,0001) = 0,001 / 0,0011 = 0,9090\dots$$

$$p = 1 - q$$

$$p_e = 1 - q_e = 1 - 0,9090 = 0,0909\dots$$

**Odpowiedź:**

Równowagowa frekwencja allelu  $A$  ( $p_e$ ) wynosi ok. 0,0909...

# Zadanie 5

Populacja składa się z 4 samców i 500 samic.

**Oblicz:**

► efektywną wielkość populacji

$$N_e = \frac{4N_m N_f}{N_m + N_f}$$

$$N_e = 4 \cdot 4 \cdot 500 / (4 + 500) \approx 15,87$$

**Odpowiedź:**

Efektywna wielkość populacji wynosi ok. 15,87.

# ZADANIE Z POPRZEDNIEJ CZĘŚCI

Populacja składa się z osobników: 600 AA, 600 Aa, 600 aa.

## Oblicz:

- ▶ frekwencję alleli i genotypów
- ▶ frekwencję alleli i genotypów w następnym pokoleniu, przy założeniu, że populacja spełnia założenia prawa Hardy'ego-Weinberga.

Przypuśćmy, że po kilku pokoleniach, w populacji opisanej powyżej dochodzi do wydarzenia w wyniku którego śmierć ponoszą wszystkie homozygoty recesywne (aa). Przy założeniu, że dalej populacja będzie zachowywać się w sposób przewidziany w prawie Hardy'ego-Weinberga i że populacja ponownie osiągnie liczebność 1800 osobników, oblicz dla następnego pokolenia:

## Oblicz:

- ▶ frekwencje alleli i genotypów
- ▶ przybliżoną liczebność osobników o poszczególnych genotypach





# ZADANIE Z POPRZEDNIEJ CZĘŚCI

Populacja składa się z osobników: 600 AA, 600 Aa, 600 aa.

**Oblicz:**

► frekwencję alleli i genotypów

liczby genotypów  frekwencje genotypów  $P_G = N_G/N$   frekwencje alleli  $p = P_{HM} + \frac{1}{2}P_{HT}$

frekwencje genotypów:

$$N = 600 + 600 + 600 = 1800$$

$$P_{AA} = P_{Aa} = P_{aa} = 600/1800 = 0,333\dots$$

frekwencje alleli:

$$p = P_{AA} + \frac{1}{2}P_{Aa} = 0,333\dots + 0,166\dots = 0,4999\dots \approx 0,5$$

$$q = 1 - p = 0,5$$

# ZADANIE Z POPRZEDNIEJ CZĘŚCI

Populacja składa się z osobników: 600 AA, 600 Aa, 600 aa.

**Oblicz:**

- ▶ frekwencję alleli i genotypów w następnym pokoleniu, przy założeniu, że populacja spełnia założenia prawa Hardy'ego-Weinberga.

$$P'_{AA}=p^2; P'_{Aa}=2pq; P'_{aa}=q^2$$

$$P'_{AA} = p^2 = 0,5^2 = 0,25$$

$$P'_{aa} = q^2 = 0,5^2 = 0,25$$

$$P'_{Aa} = 2pq = 2 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 0,5$$

# ZADANIE Z POPRZEDNIEJ CZĘŚCI

Przypuśćmy, że po kilku pokoleniach, w populacji opisanej powyżej dochodzi do wydarzenia w wyniku którego śmierć ponoszą wszystkie homozygoty recesywne (aa). Przy założeniu, że dalej populacja będzie zachowywać się w sposób przewidziany w prawie Hardy'ego-Weinberga i że populacja ponownie osiągnie liczebność 1800 osobników, oblicz dla następnego pokolenia:

## Oblicz:

- ▶ frekwencje alleli i genotypów
- ▶ przybliżoną liczebność osobników o poszczególnych genotypach

# ZADANIE Z POPRZEDNIEJ CZĘŚCI

Przypuśćmy, że po kilku pokoleniach, w populacji opisanej powyżej dochodzi do wydarzenia w wyniku którego śmierć ponoszą wszystkie homozygoty recesywne (aa). Przy założeniu, że dalej populacja będzie zachowywać się w sposób przewidziany w prawie Hardy'ego-Weinberga i że populacja ponownie osiągnie liczebność 1800 osobników.....

**Oblicz dla następnego pokolenia:**

► frekwencje alleli i genotypów

Zastanówmy się ile osobników pozostało po zdarzeniu

Przedtem było ich:

$$N_G = P_G \cdot N$$

$$N_{AA} = 0,25 \cdot 1800 = 450;$$

$$N_{Aa} = 0,5 \cdot 1800 = 900$$

$$N_{aa} = 0,25 \cdot 1800 = \del{450}$$

← Te zostają!

← Te giną!

**Osobniki które pozostały traktujemy jako nową populację.**

**Dla niej liczymy frekwencje alleli, których będziemy potrzebować do dalszych obliczeń.**

# ZADANIE Z POPRZEDNIEJ CZĘŚCI

Przypuśćmy, że po kilku pokoleniach, w populacji opisanej powyżej dochodzi do wydarzenia w wyniku którego śmierć ponoszą wszystkie homozygoty recesywne (aa). Przy założeniu, że dalej populacja będzie zachowywać się w sposób przewidziany w prawie Hardy'ego-Weinberga i że populacja ponownie osiągnie liczebność 1800 osobników...

**Oblicz dla następnego pokolenia:**

► frekwencje alleli i genotypów

Liczymy frekwencje alleli dla pozostałych osobników:

$$p = \frac{2N_{HM} + N_{HT}}{2N}$$

$$p = (2 \cdot 450 + 900) / (2 \cdot 1350) = 1800 / 2700 = 0,666... = 2/3$$

$$q = 1 - p = 1 - 2/3 = 1/3$$

Używając aktualnych frekwencji alleli liczymy frekwencje genotypów wg. prawa H-W:

$$P_{AA} = p^2 = (2/3)^2 = 0,444... ; \quad P_{aa} = q^2 = (1/3)^2 = 0,111... ;$$

$$P_{Aa} = 2pq = 2 \cdot (2/3) \cdot (1/3) = 0,444...$$

# ZADANIE Z POPRZEDNIEJ CZĘŚCI

Przypuśćmy, że po kilku pokoleniach, w populacji opisanej powyżej dochodzi do wydarzenia w wyniku którego śmierć ponoszą wszystkie homozygoty recesywne (aa). Przy założeniu, że dalej populacja będzie zachowywać się w sposób przewidziany w prawie Hardy'ego-Weinberga i że populacja ponownie osiągnie liczebność 1800 osobników...

**Oblicz dla następnego pokolenia:**

- ▶ przybliżoną liczebność osobników o poszczególnych genotypach

$$N_G = P_G \cdot N$$

$$N_{AA} = 0,444... \cdot 1800 = (2/3)^2 \cdot 1800 = 800$$

$$N_{Aa} = 0,444... \cdot 1800 = (2/3)^2 \cdot 1800 = 800$$

$$N_{aa} = 0,111... \cdot 1800 = (1/3)^2 \cdot 1800 = 200$$